

数学の教養教育科目について 平成25年度 自然科学系科目担当者会議報告

京都三大学教養教育研究・推進機構 教育 IR センター 京都工芸繊維大学教授
大倉 弘之

本稿は、教育 IR センター主催で2013年11月26日に京都工芸繊維大学で開催された「自然科学系科目担当者会議」の中で、筆者が「数学の教養教育科目について」と題して行った講演を基にしたものである。これは、新たに立ち上げることになった数学の教養科目について、その科目の提供意図やその背景を具体的な事例として紹介することを通じて、現代における教養教育のあり方の一つの模索として批判的な検討の対象として問題点、改善点等を洗い出すことと、併せて、自然科学系の科目担当者を中心とした参加者に対しても教養科目の在り方を考える際の参考に供することを主な目的としたものである。以下では、主として当日の講演の流れに沿って内容を詳しく解説し、その後で、当日の意見交換を踏まえて講演後に行った改訂後のシラバス案を紹介したい。

1. はじめに

講演の冒頭で、

数学教育は数学という学問それ自体が備えている性格により教養教育の側面を持っている。ただし、これは、現在の数学の科目を標準的な教程に沿って講義すればそれがそのまま教養教育になっているということとは異なることに注意が必要である。数学は数千年の歴史を持つ学問であるが、現在の大学の主に1～2年次で行われる数学科目で用いられる教程は、概ね19世紀から20世紀にかけて、それまでの数学の厳密化、現代化の流れの中で体系化され、確立したもので、それは、数学の専門課程も含めて、主として理工系の専門基礎教育の基盤部分として設計されたものを基礎としている場合が多く、例えば、

文系の学生も対象とする教養教育としては、必ずしも適当でない場合がある。

という文章を掲げた。これは、講演者が所属する京都工芸繊維大学でこれまで行って来た数学教育について、過去から現在までのその在り方について反省しながら、今改めて3大学対象の教養教育としての数学教育を立ち上げるに当たって、見直す必要を感じていることの意味表明であり、これに引き続いて、この認識に至った背景、歴史的な経緯について紹介した。

2. 京都工芸繊維大学における数学教育の過去・現在

大学設置基準の大綱化以前

大学設置基準の大綱化以前は、2学部内の工芸学部では、1年次の数学科目として、一般教育科目としての「数学概論」と共通専門科目としての「数学演習」が2コマ連続で、さらに「線形代数学」が提供されていた。この内の唯一の一般教育科目である「数学概論」の内容は微積分学そのものであったが、現在と比較すると、当時はこういった基礎的な科目はすべて通年科目で1コマ100分授業であり、「数学演習」の時間と併せればかなり時間的に余裕があり、背景にある様々な考え方などについて解説する時間も比較的多くとれていた。大綱化以降は、一般教育という枠組みが無くなり、数学の科目は一定期間共通専門科目に当たる枠組みの中で提供されていたが、その後、すべて各学科の専門科目の中に取り入れられた。これにより、学科間で提供科目の差が大きく生じて来たが、全体としては、複数の学科に分属した

旧一般教育等と旧共通講座の数学教員が協力して科目群を維持して来た。もう一方の繊維学部では、少し事情が異なるが、全体としては類似の状況があった。その後、セメスター制の導入により全科目が半期単位となり、1コマ90分授業となった。しかも、前期は夏休みを挟んで9月まで続いていたので、夏休みの課題を与えるということもよく行われていたが、前期は夏休み前に試験も含めて終わる学年暦が採用されるようになり、講義時間に加えて学習時間についての余裕も全体としてはかなり失われて来たことになる。

法人化後・改組後

法人化後の改組では、2学部が工芸科学部という1学部統合され、学科という単位が学生の所属する課程と教員の所属する部門に整理され(教教分離)、数学の教員は基本的に基盤科学部門(現在の基盤科学系)という1つの教員組織に集まり、全学的な数学教育に責任を負う形が形成された。この時点で、数学の教職科目以外の各科目はすべて、専門基礎科目という位置付けになり、教養教育としての側面も含めてこの形で提供する形をとることになり、現在に至る。

冒頭の文章の中の「数学という学問それ自体が備えている性格により教養教育の側面を持っている」ということについて少し補足すると、このことは後述するように歴史的な背景からも説明できることではあるが、同時に上述のように、以前の数学の授業では、単に数学の内容そのものの学習を求めるのみならず、背景にある数量についての考え方や新しいものの見方、論理的な考え方等の良さについて、一定の時間を割いて共有する機会を持つことが、各教員の裁量の範囲ではあるがあ

る程度の時間的な余裕がある中で可能であった。こういうことが教養教育の側面として機能していたと考えられる。現在でも教員側の意識としては限られた時間の中で何とか工夫をしてそういった機会を作ることへの努力は試みられていると思うが、そこには限界があり、余りそちらに時間をとると基本事項そのものの学習時間の確保すら困難になるという状況もあり、基本的な条件として上記のような教養教育の側面は大きく減少して来ていると考えられる。

3. 専門基礎科目の中での数学教育の位置付けと「KIT数学ガイド」について

次に、改組後の専門基礎科目の位置付けの中でも、教養教育の側面をどのように担保しようとしているのかということについて、現在の取組みの中からいくつか紹介する。

まず、数学教員の集団的取組みとして2004～2006年度に掛けて行った学内プロジェクトである教育研究推進事業「本学における専門基礎教育(数学)の基本構想に係る調査・研究」の中で、全教員と学部の卒業研究生を対象とした数学に関する大規模なアンケートを行った。この結果を数学教育に何を求めるのかという点での学内の意識調査として見た場合、専門教育への準備という意見も当然多い中で、同時に論理的な思考力や理工系大学としての基本的素養という回答も多く得られ、単にスキルとして計算技術のみを教えればいいということではないことが、学内の多数の意識としても確認された。このプロジェクトでは高校に対するアンケートも行ったが、その中で生徒に

2極化が起こっているとの指摘があった。これは、大学生についても当時から見えていた状況であり、理工系大学の学生だからといって皆が数学を得意とするとは限らないどころか、苦手意識を持っている者も目につくようになっていた。実際に数学の科目の履修状況を見ても、低学年科目(課程によっては必修指定もある)はともかくとして、2～3年次に提供される少し進んだ数学科目を避ける傾向が目についていた。こういう状況を踏まえて、少なくとも数学科目の体系的な構成の全体を俯瞰して計画的履修を促す等の目的で、「KIT数学ガイド」を数学教員の手で発行し全学生と全教員に配布した。並行して、学生の履修サポートの体制として数学サポートセンターの開設に至っている。

「KIT数学ガイド」は新入生に対するQ&Aや数学科目案内と各数学科目の過去の試験問題集からなり、科目毎の標準的な達成目標を示す役割を果たすことが意図されている。この中の「数学科目案内」では、その冒頭で「数学を学ぶ意味」として次のように記されている。

本学は理工系の大学ですから数学が重視されるのは当然のことといえますが、数学は工学などの学問が生まれるよりはるか以前、2000年以上さかのぼる古代ギリシャ時代以来、音楽、天文学などと並んで、人々が学ぶという行為によってのみ身に付けることが可能であり、また学ぶべきもの(マテマタ(μαθηματα)と呼ばれmathematicsの語源となりました)と考えられて来ました。皆さんが中学校で学んだ「三平方の定理」などもこの時代には既に知られていました。

このような長い歴史をもつのは、数学が論理

的に物事を考えたり問題を明快に記述するという、学問としての優れた特長を有していることにより、現在に至るまで単に理工系科目の為の予備知識と言うにとどまらず、より広く人間の生活を豊かにしていく学芸の一つとして認められてきたからです。

大学で学ぶということは、その社会で何等かの役に立つための人材として社会の歯車の一つに組み込まれることを最終目標とするのではなくて、社会や社会を支える考え方、学問や技術そのものをも相対的、批判的な目でとらえることにより、それらの限界を見極めたり更にその先にあるものを見通す力をもった人間となることをも社会から期待されているということです。

数学を学ぶことはそういった点での人間形成への寄与と、専門分野における予備知識の必要性の両方の観点により、本学における教育課程においても一定の重要な位置を占めてきました。

ここは、古代ギリシャ時代から数学的な内容が「教養」の中身として考えられてきたことも含めて、数学が歴史的に教養教育の側面を有して来たことに言及し、その現代的な意義について、学生に訴える記述になっている。このように、専門基礎科目の中で数学が教養教育の側面を持っていることを強調して、単に役に立つかどうかではない履修に対するモチベーションを与えようとしていることが見てとれると思う。ただ、この教養教育の側面というのが実際にどの程度の実態を持っているかについては、先にも述べたように、各担当教員の裁量に任されていて、実際には時間的な制約や学生の多様な状況の下で、文字通りの内容が提供できていることには、疑問がない訳ではない。その意味で、教養教育としての数学科目新設の意

義は大きいと考えられる。

以上が現状の、工芸科学部における数学教育の実態である。なお、上記の数学サポートセンターは、質問に来た学生に対してティーチング・アシスタントと高学年の学部生が数学サポーターとして対応する形を基本としながら、学生の自学自習の場として、数学教員集団が全体としてサポートする体制を組んでいる。最近ではかなり学生に定着して来て、特に初年次段階の教育サポートとしては非常に大きな役割を果たしている。

4. 教養教育と質保証

以上の現状を踏まえて、3大学の学生を対象とする数学の教養科目を立ち上げるに当たって、現代的な教養教育の視点や教育 IR センターが課題とする教育の質保証についての考え方について、広い視野を得るため、学会会議が最近まとめた以下の資料を参照することにしたい。

教養教育と質保証に係る学会会議資料

- ・ 回答「大学教育の分野別質保証の在り方について」(2010)
- ・ 提言「21世紀の教養と教養教育」(2010)
- ・ 報告「大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準 数理科学分野」(2010)

この資料の最初の「大学教育の分野別質保証の在り方について」は、中央教育審議会からの「分野別質保証の在り方に関する審議」依頼に対する回答であるが、学会会議はこの検討に際して「教養教育・共通教育のあり方」に関する検討と「大学と職業との接続」に関する検討を並行して行い、

二番目の提言も含めて現代における本格的な大学論を展開している。以下では数理科学分野での報告を参照しながら、数学教育の特徴とその質保証の考え方について改めて検討したい。

質保証のための参照基準 数理科学分野

まず最初に数理科学という言葉は、数学、統計学、応用数理（情報科学は除く）を含む、広い意味での数学を指すことが最初に明らかにされている。その上で、数理科学に固有の特性として「科学と技術の基盤」、「論理力・理解力・発想力を育てる」が、また、すべての学生が身に付けるべき基本的な素養として専門的能力（数と図形と関数についての統一的・体系的理解）とジェネリックスキル（論理的思考、集中力、発想力等の知的訓練を通じて身に付くもの）が、挙げられている。さらに、学習方法としては講義、演習、少人数のセミナーの有機的結合、評価方法としては記述式ペーパー・テスト、レポートという内容で、概ね数学者にとって納得のいく内容であると言える。そして、専門基礎教育及び教養教育としての数理科学教育については、専門科目の基盤という位置付けに留まらず、数理的感覚を身に付けるための教育という位置付けが強調されている。

5. 教養教育としての数学科目の考え方

今回、教養教育としての数学科目のあり方を考える際に、上記以外に参考にしたことがある。それは、報告者がここ数年間、教職科目である「数学教育法」の中で、数学史を題材として取り上げてきた経験である。この科目の中では学生に「数学を何のために学ぶのか？」という問いかけを行

い、さらに教員としてこういう問いかけを受けたら「君はどう答えるか？」という問いかけも行ってきた。このように人と数学の関係を見直す機会を与えるのと並行して、中学・高校段階から大学初年次の数学科目の題材を歴史的な視点から解説してみると、身近な問題から新しい考え方が出てきたことの発見や、その時代に合った厳密さや論理性の中での議論に接することで、学生たちの数学に対する見方が変わっていく様子を見ることができる。現在の学生や、中学・高校の生徒にとつての数学の存在は、受験のための勉強のように単に能力を測る物差しとしての意味が大きいなど、必ずしも健全とはいえないのではないか。これに対して歴史的な視点から数学の題材を取扱うことにより、人と数学の本来の健全な関係が取り戻せるのではないか。特に、文科系の学生も含む3大学の学生を対象にする場合、こういった問題意識を持って科目の設計を行うことが重要であると考えている。また、同時に、歴史的な視点を導入する意味はもう一つある。冒頭の文章でも触れたように、現在の大学1～2年次にかけての数学の教程は、19世紀から20世紀にかけて体系化

されてきたものを基礎にしている、その題材が生まれてきた時代の姿そのものではなく、数学の厳密化や形式化という現代化を経て確立しているものが多い。これらの題材を教養科目としてあるいは専門基礎科目として取扱う場合には、必ずしも、現代化した姿で学ぶ必要はないのではないかとも思われるが、多くの数学の教科書が歴史的な経緯は飛ばして、論理的な整合性から現代的に再構成された形で記述されている場合が多いため、どうしても、初学者にとって必要以上に難しく感じられたり、身近に感じられないということが起こり勝ちであると思われる。筆者の考えでは、数学者側の問題もあると思われ、数学の現代化と大学の数学教程の在り方について、今後見直す必要があるとも考えている。

本担当者会議では、フロアから色々な意見や質問を頂いたが、上述の数学の教養科目の設計についての基本的考え方については、概ね賛同が得られたように思う。最後に、シラバス案を示すが、当日の質問やご指摘を踏まえて、講演後改訂したものである。

6. 「人と自然と数学α」 シラバス案

授業の目的・概要

高等学校や大学初年次で学ぶ数学の題材は主として19世紀までに確立したものであり、中にはその考え方が4000年以上遡るものもあります。本授業ではいくつかの題材についてその起源にさかのぼって、元々の考え方に触れ、それらがどのような人の営みや自然との関わりの中から生まれて来たものであるかを理解することにより、現代における数学の役割や必要性等について見直す機会とします。歴史的な資料等に基づいての講義と演習から成り、演習では、歴史上の元々の考え方に触れながら、現代の数学の「言葉使い」を用いた問題の解法や実際の計算法等を学びます。

学習目標
1. 歴史的な視点に基づいて、数学という学問が人と自然との関わりの中から生まれ、発展して来たことを概観する。
2. いくつかの数学の題材について、それらの起源、当時の考え方と現代における考え方を比較することで理解を深める。
3. 各テーマ毎に、問題を取りあげ、数学の問題としてその考え方と解法を理解する。
4. 数学における直感と論理、厳密性、有用性などについて具体的な事例を通じて考える。
5. 現代社会において数学を学ぶことの意味を考える。

シラバス項目案（これらの中から取捨選択することも検討中）	
(1) 数学史概観	(2) 4千年前の60進法と現代の2進法
(3) 有理数と無限小数	(4) アキレスと亀の競争
(5) 三平方の定理はいつ頃から？	(6) 数の比
(7) 三角比と天文学	(8) 指数と対数
(9) 方程式の「方程」とは？	(10) 目で見える二次方程式と三次方程式
(11) 複素数は数か？	(12) 量から解放された数
(13) 円錐曲線と求積法	(14) 微積分学のはじまり
(15) まとめ	

